

Übungen zur Vorlesung „Statistische Thermodynamik und Gaskinetik“

Blatt 1

Aufgabe 1:

Prüfen Sie die Näherung $\ln N! = N \ln N - N$, die für große N sehr häufig verwendet wird, für den Fall $N=13$. Vergleichen Sie den Näherungswert mit dem durch direkte Multiplikation der ganzen Zahlen von 1 bis 13 erhaltenen Wert von $13!$. Rechnen Sie auch für $N=13$ nach, dass in diesem Fall die Stirlingsche Formel in der Form $\ln N! = (N + \frac{1}{2}) \ln N - N + \frac{1}{2} \ln(2\pi)$ eine viel bessere Näherung darstellt.

Aufgabe 2:

Eine Probe, die aus 5 Molekülen besteht, hat eine Gesamtenergie von 5ε . Jedes Molekül kann Zustände der Energie $j \cdot \varepsilon$ besetzen mit $j = 0, 1, 2, 3, \dots$

- Berechnen Sie das Gewicht der Konfiguration, in der alle Moleküle dieselbe Energie besitzen.
- Zeichnen Sie eine Tabelle mit Spalten, die mit der Energie der Zustände überschrieben sind, und schreiben Sie darunter alle Konfigurationen auf, die konsistent mit der Gesamtenergie sind. Berechnen Sie die Gewichte jeder Konfiguration und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für jede Konfiguration. Welche Konfiguration ist die wahrscheinlichste?

Aufgabe 3:

Ein System bestehe aus 20 Molekülen, die in 21 verschiedenen Energiezuständen (ε_0 bis ε_{20}) vorliegen können. Die Energie eines Zustandes sei $\varepsilon_i = i \cdot \varepsilon_1$, die Gesamtenergie betrage $20 \cdot \varepsilon_1$. Wie groß ist das statistische Gewicht des Makrozustandes (a), in dem sich alle Teilchen im Zustand ε_1 befinden? Der Zustand (b) gehe aus (a) daraus hervor, dass ein Teilchen von ε_1 nach ε_0 geht. Welche Folgen hat das und wie groß ist das statistische Gewicht dieses Zustandes? Wie groß ist das statistische Gewicht des Makrozustandes (c), bei dem 7 Teilchen nach ε_0 , je eines nach ε_3 und ε_4 und zwei nach ε_2 gegangen sind?

Aufgabe 4:

Informieren Sie sich über die Lagrange Methode der unbestimmten Multiplikatoren und wenden Sie die Methode bei der folgenden Aufgabenstellung an. Durch $z = \exp\{-(x^2 + y^2)\}$ ist eine räumliche Fläche von der Form eines Berges gegeben. $x + y = 1$ stellt eine Gerade dar (Projektion eines Weges am Berghang). Wo hat dieser Weg seinen höchsten Punkt? Lösen Sie die Aufgabe durch Substitution und mit Hilfe von unbestimmten Multiplikatoren.

Hinweise:

- Übungszettel bitte bei Herrn Asplund bis zum 05.05.2006 12 Uhr abgeben (**W3-0-033**).
- Ab dem 08.05.2006 findet die Vorlesung im großen Hörsaal **W3-1-161** von 16-18 Uhr und die Übung von 18-19 Uhr im Hörsaal **W2-1-148** statt