Prof. Dr. Thorsten Klüner SS2006

Übungen zur Vorlesung „Statistische Thermodynamik und Gaskinetik"

Blatt 11

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass die beiden Operatoren für den Impuls eines Teilchens in x-Richtung $\hat{p}_x$ und für seine Ortskoordinate $\hat{x}$ nicht vertauschbar sind, sondern dass vielmehr gilt:
$[\hat{p}_x, \hat{x}] = \hat{p}_x\,\hat{x} - \hat{x}\,\hat{p}_x = -i\hbar$

Kann eine Funktion, die Eigenfunktion von $\hat{p}_x$ ist auch Eigenfunktion von $\hat{x}$ sein? Welche Konsequenz hat das für ein Experiment, bei dem Ort und Impuls eines Teilchens gemessen werden?

Aufgabe 2:
Nehmen Sie an, der Hamiltonoperator sei durch eine Matrix der Form

$\underline{\underline{\hat{H}}} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}$ gegeben,

mit
H_{11}= a
H_{22}= b
H_{12}= c + id
H_{21}= e + if
und $i = \sqrt{-1}$

Bestimmen Sie die Matrix, die
a) den konjugiert komplexen Operator,
b) den transponierten Operator
beschreibt und stellen Sie fest ob bzw. unter welchen Bedingungen der Hamiltonoperator
c) unitär bzw.
d) hermitesch
ist.

Aufgabe 3:
Die Wellenfunktion eines Teilchens im eindimensionalen Kasten der Länge L sind durch folgenden allgemeinen Ausdruck gegeben.

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin(n\pi x / L) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

a) Skizzieren Sie die Wellenfunktion für den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand für einen Kasten der Länge L = 1 nm

b) Berechnen Sie für beide Zustände die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Bereich $0.49 \le x/L \le 0.51$ und $0 \le x/L \le 0.2$ anzutreffen

Aufgabe 4:

Prüfen Sie nach, ob folgende Operatoren hermitesch sind:

$$\hat{V} = \frac{1}{2}k\hat{x}^2\,,\ \hat{p}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\,,\ \hat{T}_x = \frac{\hat{p}_x^2}{2m}\,,\ \hat{\tilde{p}}_x = \frac{\hbar}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x}\ \text{und}\ \hat{b}_+ = \frac{\hat{p}_x}{2m} + i\sqrt{\frac{k}{2}}\cdot x$$