Prof. Dr. Thorsten Klüner SS2006

Übungen zur Vorlesung „Statistische Thermodynamik und Gaskinetik“

Blatt 4

Aufgabe 1:
Die Poissonverteilung $\rho(x) = N \cdot x \cdot \exp(-x)$ ist ein wichtiges Resultat aus der Wahrscheinlichkeitstheorie. Sie ist besonders nützlich bei der Analyse von Experimenten in der Physik und Chemie. Die Konstante N muss über die Normierungsbedingung für Wahrscheinlichkeitsdichten $\int_0^\infty \rho(x)dx = 1$ bestimmt werden.

1.) Ermitteln Sie
   (a) den Mittelwert
   (b) die Standardabweichung
   (c) die Varianz
der Poissonverteilung!

2.) Geben Sie die Verteilungsfunktion $F(x) = \int_0^x \rho(x')dx'$ an!

3.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen innerhalb der Standardabweichung vom Mittelwert zu finden.

Aufgabe 2:
Ein ideales Polymer bestehe aus N Monomeren. Jedes Monomer hat vier mögliche Zustände. Wenn man ein elektrisches Feld anlegt, wird jedes Monomer gemäß seinem Dipolmoment einen der Energiezustände E_1, E_2, E_3, E_4 annehmen.

1.) Berechnen Sie die wahrscheinlichste Besetzung bei einer gegebenen Gesamtenergie

$$\sum_{i=1}^{4} N_i E_i = E \text{ und fester Kettenlänge } \sum_{i=1}^{4} N_i = N$$

Benutzen Sie das Lagrange Verfahren und zeigen Sie, dass die Beziehung

$$N_i = \exp(\lambda_1 + \lambda_2 \cdot E_i)$$

gültig ist.

2.) Zeigen Sie, dass mit den Werten E_1=0 kJ/mol, E_2=1 kJ/mol, E_3=2 kJ/mol, E_4=3 kJ/mol, bei einer Gesamtenergie E=1375 kJ/mol und einer Teilchenzahl N=1875 die Koeffizienten λ_1 und λ_2 folgende Werte haben: $\lambda_1 = \ln(1000)$, $\lambda_2 = -\ln(2)$ mol/kJ.

3.) Tragen Sie N_i gegen E_i graphisch auf.